



浙江省

QUANPIN XUEYESHUIPING KAOSHIPINGGUJUAN

# 全品学业水平 考试评估卷

主编 肖德好

数学

【课时通关】

课时训练 (一)	集合	课 047
课时训练 (二)	常用逻辑用语	课 049
课时训练 (三)	不等式的性质、基本不等式	课 051
课时训练 (四)	二次函数与一元二次方程、不等式	课 053
课时训练 (五)	函数的概念与性质	课 055
课时训练 (六)	幂函数、指数函数、对数函数	课 057
课时训练 (七)	抽象函数	课 059
课时训练 (八)	函数的零点	课 061
A+ 微专题	函数有关的学考难点	课 063
课时训练 (九)	函数与数学模型	课 065
课时训练 (十)	任意角的三角函数与诱导公式	课 067
课时训练 (十一)	三角恒等变换	课 068
课时训练 (十二)	三角函数的图象和性质	课 069
课时训练 (十三)	余弦定理和正弦定理	课 071
课时训练 (十四)	平面向量的基本概念、线性运算及坐标表示	课 073
课时训练 (十五)	平面向量的数量积	课 074
课时训练 (十六)	复数	课 076
课时训练 (十七)	空间几何体	课 077
课时训练 (十八)	空间点、直线、平面之间的位置关系	课 079
课时训练 (十九)	空间直线、平面的平行与垂直	课 081
课时训练 (二十)	统计	课 084
课时训练 (二十一)	概率	课 087
参考答案		课 089

## 课时训练(一) 集合

### 一、选择题

1. [2022·浙江7月学考] 已知集合  $A = \{0, 1, 2\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- A.  $\emptyset$       B.  $\{1\}$   
C.  $\{2\}$       D.  $\{1, 2\}$

2. 已知集合  $A = \{x \in \mathbf{R} \mid 1 < x < 3\}$ , 则下列关系中正确的是 ( )

- A.  $1 \in A$       B.  $2 \notin A$   
C.  $3 \in A$       D.  $4 \notin A$

3. 已知集合  $A = \{x \mid x > 1\}$ ,  $B = \{x \mid -1 < x < 2\}$ , 则  $A \cup B =$  ( )

- A.  $(-1, +\infty)$   
B.  $(1, 2)$   
C.  $(-1, 1) \cup (1, +\infty)$   
D.  $(-1, 2)$

4. 若集合  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 1 \leq x < 5\}$ , 则集合  $A$  的真子集的个数为 ( )

- A. 63      B. 31  
C. 15      D. 7

5. 若集合  $A = \{x \mid x^2 - x - 2 < 0\}$ ,  $B = \{x \mid -1 < x < 1\}$ , 则 ( )

- A.  $A \subsetneqq B$       B.  $B \subsetneqq A$   
C.  $A = B$       D.  $A \cap B = \emptyset$

6. 设全集  $U = \mathbf{Z}$ ,  $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 2\}$ , 则  $C_U A =$  ( )

- A.  $\{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$   
B.  $\{x \mid -2 < x < 2\}$   
C.  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$   
D.  $\{-1, 0, 1\}$

7. 已知集合  $A = \{1, 2, 3\}$ , 则集合  $B = \{(x - y) \mid x \in A, y \in A\}$  中元素的个数是 ( )

- A. 2      B. 3  
C. 4      D. 5

8. 设集合  $A = \{x \mid 1 < x \leq 2\}$ ,  $B = \{x \mid x < a\}$ , 若  $A \subseteq B$ , 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $\{a \mid a < 1\}$       B.  $\{a \mid a \leq 1\}$   
C.  $\{a \mid a > 2\}$       D.  $\{a \mid a \geq 2\}$

9. 已知集合  $A = \{(x, y) | y = x^{\frac{1}{2}}\}$ ,  $B = \{(x, y) | x=1\}$ , 则  $A \cap B$  中的元素个数为 ( )  
A. 0      B. 1  
C. 2      D. 0 或 1

10. 已知  $A = \{x | (x-1)(2+x) < 0\}$ ,  $B = \{x | \log_2 x < 1\}$ , 则  $A \cap B$  = ( )  
A.  $(-2, 1)$       B.  $(0, 2)$   
C.  $(-3, 2)$       D.  $(0, 1)$

11. (多选题)[2024·温州高一期中] 已知集合  $A = \{x | ax^2 + 2\sqrt{2}x + a - 1 = 0\}$  为单元素集, 则  $a$  的可能取值为 ( )  
A. 0      B. 2  
C. -1      D. 4

12. (多选题)已知集合  $A = \{x | x^2 - 2x < 0\}$ ,  $B = \{x | 2^x > 1\}$ ,  $U = \mathbf{R}$ , 则 ( )  
A.  $A \cap (\complement_U B) = \emptyset$   
B.  $A \cup B = A$   
C.  $A \subseteq B$   
D.  $B \subseteq A$

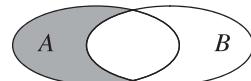
## 二、填空题

13. 设集合  $A = \{-1, 0, 2\}$ , 则集合  $A$  的子集有 \_\_\_\_\_ 个; 若集合  $B = \{x | x \in A \text{ 且 } 2-x \notin A\}$ , 则  $B = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 已知集合  $A = \{-1, b, a^2\}$ , 集合  $B = \left\{1, \frac{b}{a}, a\right\}$ , 若  $A = B$ , 则  $a+b = \underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 已知集合  $A = \{-2, 2-a^2, a\}$ , 若  $1 \in A$ , 则实数  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 如图所示,  $A, B$  是非空集合, 定义  $A-B$  是阴影部分所表示的集合. 若集合  $A = \{x | y = \sqrt{3x-x^2}\}$ ,  $B = \{y | y = 4^x, x > 0\}$ , 则  $A-B = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $A-(A-B) = \underline{\hspace{2cm}}$ .



## 一、选择题

1. [2024·温州高一期末] 命题“ $\exists x > 1, x^2 + 2x - 3 \leq 0$ ”的否定是 ( )

- A.  $\exists x > 1, x^2 + 2x - 3 > 0$
- B.  $\forall x > 1, x^2 + 2x - 3 > 0$
- C.  $\exists x \leq 1, x^2 + 2x - 3 > 0$
- D.  $\forall x \leq 1, x^2 + 2x - 3 > 0$

2. [2024·浙江7月学考] “ $a > b > 0$ ”是“ $a + b > -1$ ”的 ( )

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 即不充分也不必要条件

3. [2024·丽水高一期末] 命题“ $\forall x \in (0, 1), x + \sin x < 2$ ”的否定为 ( )

- A.  $\forall x \in (0, 1), x + \sin x \geq 2$
- B.  $\exists x \in (0, 1), x + \sin x \geq 2$
- C.  $\forall x \notin (0, 1), x + \sin x < 2$
- D.  $\exists x \notin (0, 1), x + \sin x \leq 2$

4. “实数  $a, b, c$  中至少有 2 个负数”的否定是 ( )

- A. 实数  $a, b, c$  中至多有 1 个负数
- B. 实数  $a, b, c$  中至多有 2 个负数
- C. 实数  $a, b, c$  中至少有 1 个负数
- D. 实数  $a, b, c$  都是正数

5. [2024·杭州高一期末] 若  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则“ $ab > 2$ ”是“ $a > \sqrt{2}$  且  $b > \sqrt{2}$ ”的 ( )

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

6. 下列四个命题中为真命题的是 ( )

- A.  $\exists x \in \mathbf{Z}, 0 < 3x < 3$
- B.  $\exists x \in \mathbf{Z}, 4x + 1 = 0$
- C.  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 4 = 0$
- D.  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 6 > 0$

7. 函数  $f(x)$  的定义域为  $[0, 1]$ , 则“函数  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上单调递减”是“函数  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上的最小值为  $f(1)$ ”的 ( )

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

8. 已知  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则“ $a > b$ ”是“ $|a| > b$ ”的 ( )

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

9. [2024·浙江S9联盟高一期中] 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $p:A=B,q:\sin A=\sin B$ ,则 $p$ 是 $q$ 的( )
- A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件
10. “ $\ln(a-2)-\ln(b-1)>0$ ”是“ $\frac{a}{b}>1$ ”的( )
- A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件
11. [2024·浙江舟山中学高一月考] 命题“ $\forall x \in [-2, -1], x^2 - a > 2$ ”为假命题的一个充分不必要条件是( )
- A.  $a \leqslant 1$   
B.  $a \geqslant -2$   
C.  $a \geqslant 1$   
D.  $a \leqslant 2$
12. (多选题)[2024·湖州高一期末] 已知 $a, b$ 均为实数,则“ $a>b$ ”成立的必要条件可以是( )
- A.  $|a|>b$   
B.  $-a<1-b$   
C.  $a^3>b^3$   
D.  $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$
13. (多选题)设 $\alpha, \beta$ 为两个不重合的平面,则下列条件中,是“ $\alpha/\!\!/ \beta$ ”的必要不充分条件的是( )
- A.  $\alpha$ 内有无数条直线与 $\beta$ 平行  
B.  $\alpha$ 内有两条相交直线与 $\beta$ 平行  
C.  $\alpha, \beta$ 垂直于同一条直线  
D.  $\alpha, \beta$ 垂直于同一个平面
- 二、填空题
14. 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 \geqslant 0$ ”的否定为\_\_\_\_\_.
15. “ $x \in A \cap B$ ”是“ $x \in A \cup B$ ”的\_\_\_\_\_条件.(填“充分不必要”“必要不充分”“充要”或“既不充分也不必要”)
16. “ $-1 < x \leqslant 5$ ”的一个必要不充分条件是\_\_\_\_\_.(写出一个符合要求的答案即可)
17. 已知 $a$ 是常数, $p: \exists x \in \mathbf{R}, |x| - a < 0$ .若 $p$ 是假命题,则实数 $a$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

### 课时训练(三) 不等式的性质、基本不等式

#### 一、选择题

1. 设  $M=x^2$ ,  $N=-x-1$ , 则  $M$  与  $N$  的大小关系是 ( )

- A.  $M > N$       B.  $M = N$

- C.  $M < N$       D. 无法确定

2. 若实数  $a, b$  满足  $a > 0 > b$ , 则 ( )

- A.  $a - b < 0$       B.  $a + b > 0$

- C.  $a^2 > b^2$       D.  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

3. [2025·丽水五校高一联考] 若  $a, b, c \in \mathbb{R}$ , 且  $a < b < 0$ , 则下列结论中正确的是 ( )

- A.  $ac^2 < bc^2$

- B.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

- C.  $\frac{b}{a} > \frac{a}{b}$

- D.  $a^2 > ab > b^2$

4. [2024·宁波高一期末] “ $\frac{b}{a} < 1$ ”是“ $a < b < 0$ ”的 ( )

- A. 充分不必要条件

- B. 必要不充分条件

- C. 充要条件

- D. 既不充分也不必要条件

5. 已知正实数  $x, y$  满足  $2x + y = 1$ , 则  $xy$  的最大值为 ( )

- A. 1

- B.  $\frac{1}{4}$

- C.  $\frac{1}{8}$

- D.  $\frac{1}{16}$

6. 已知  $0 < x \leqslant 3$ , 则  $y = x + \frac{16}{x}$  的最小值为 ( )

- A.  $\frac{25}{3}$

- B. 16

- C. 20

- D. 8

7. 若  $-1 < a < b < 1$ ,  $2 < c < 3$ , 则  $(a - b)c$  的取值范围是 ( )

- A.  $(-4, 6)$

- B.  $(-6, -4)$

- C.  $(-6, 0)$

- D.  $(-4, 0)$

8. [2024·杭州高一期末] 已知  $x > 0$ ,  $y > 0$ , 且  $\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = 1$ , 则  $2x + y + \frac{x}{y}$  的最小值为 ( )

- A. 9

- B. 10

- C. 12

- D. 13

9. 已知  $a > b > 0, c < 0$ , 则下列关系式中正确的是 ( )
- A.  $ac > bc$   
 B.  $a^c > b^c$   
 C.  $\log_a(a-c) > \log_b(b-c)$   
 D.  $\frac{a}{a-c} > \frac{b}{b-c}$
10. [2023·浙江7月学考] 已知  $a$  为实数, 则“ $\forall x > 0, ax + \frac{1}{x} \geqslant 2$ ”是“ $a \geqslant 1$ ”的 ( )
- A. 充分不必要条件  
 B. 必要不充分条件  
 C. 充要条件  
 D. 既不充分也不必要条件
11. [2024·杭州八县区高一期末] 某观光种植园开设草莓自摘活动, 使用一架两臂不等长的天平称重. 一顾客欲购买 2 kg 的草莓, 服务员先将 1 kg 的砝码放在天平左盘中, 在天平右盘中放草莓  $a_1$  kg 使天平平衡; 再将 1 kg 的砝码放在天平右盘中, 在天平左盘中放草莓  $a_2$  kg 使天平平衡; 最后将两次称得的草莓交给顾客. 则该顾客购得的草莓质量 ( )
- A. 等于 2 kg  
 B. 小于 2 kg  
 C. 大于 2 kg  
 D. 不确定
12. (多选题) [2024·丽水高一期末] 如果  $a > b > 0, c > d > 0$ , 那么下面结论中正确的是 ( )
- A.  $a+d > b+c$   
 B.  $ac > bd$   
 C.  $ac^2 > bc^2$   
 D.  $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$
13. (多选题) [2024·衢州高一期末] 已知  $a > 0, b > 0, a+b=3ab$ , 则 ( )
- A.  $ab \geqslant \frac{4}{9}$   
 B.  $a^2+b^2 \leqslant \frac{8}{9}$   
 C.  $a+b \geqslant \frac{4}{3}$   
 D.  $a+4b \geqslant 3$

## 二、填空题

14. [2024·浙江精诚联盟高一期末] 已知实数  $a > b > 0, m > 0$ , 则  $\frac{b+m}{a+m} \quad \frac{b}{a}$  (用  $>$ ,  $<$  填空).
15. 已知  $a, b \in \mathbf{R}$ , 且  $-5 < a < 2, 1 < b < 4$ , 则  $a - b$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.
16. [2024·温州学考模拟] 若  $x > 1$ , 则  $x + \frac{1}{x-1}$  的最小值是 \_\_\_\_\_.
17. [2024·绍兴学考模拟] 已知正数  $a, b, c$  满足  $c < 1, a+b=4$ , 则  $\frac{2}{ab} + \frac{1}{bc(1-c)}$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

## 课时训练(四) 二次函数与一元二次方程、不等式

### 一、选择题

1. 不等式 $(x+1)(2-x)>0$ 的解集为 ( )

- A.  $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$
- B.  $\{x | -2 < x < 1\}$
- C.  $\{x | -1 < x < 2\}$
- D.  $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 1\}$

2. 已知关于 $x$ 的方程 $x^2+kx-2=0$ 的一个根是1,则它的另一个根是 ( )

- A. -3
- B. 3
- C. -2
- D. 2

3. 若关于 $x$ 的不等式 $x^2+mx<0$ 的解集为 $\{x | 0 < x < 2\}$ ,则 $m$ 的值为 ( )

- A. -2
- B. -1
- C. 0
- D. 2

4. [2024·杭州“桐浦富兴”学考模拟] 不等式 $|2x-1|-x^2<1$ 的解集是 ( )

- A.  $\left\{x | x < -2 \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\right\}$
- B.  $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 0\}$
- C.  $\left\{x | -2 < x < \frac{1}{2}\right\}$
- D.  $\{x | -2 < x < 0\}$

5. [2023·浙江7月学考] 不等式 $(x-e)(e^x-1)<0$ (其中 $e$ 为自然对数的底数)的解集是 ( )

- A.  $\{x | 0 < x < 1\}$
- B.  $\{x | 0 < x < e\}$
- C.  $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 1\}$
- D.  $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > e\}$

6. [2024·湖州高一期末] 设 $x \in \mathbf{R}$ , 则“ $3-x \geq 0$ ”是“( $x-2)^2 \leq 1$ ”的 ( )

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

7. [2025·丽水五校高一月考] 已知不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为 $(2, 4)$ , 则不等式 $cx^2+bx+a<0$ 的解集为 ( )

- A.  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$
- B.  $(-\infty, \frac{1}{4}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$
- C.  $(2, 4)$
- D.  $(-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$

8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ -1, & x < 0, \end{cases}$ 则不等式 $x^2+(x+2)f(x)\leq 0$ 的解集为 ( )

- A.  $\mathbf{R}$
- B.  $(-\infty, 0)$
- C.  $[-1, 0)$
- D.  $[-1, +\infty)$

9. [2024·浙江余姚中学高一月考] 关于 $x$ 的不等式 $(a^2-25)x^2-(a+5)x+1\leq 0$ 的解集是 $\emptyset$ , 则实数 $a$ 的取值范围是 ( )

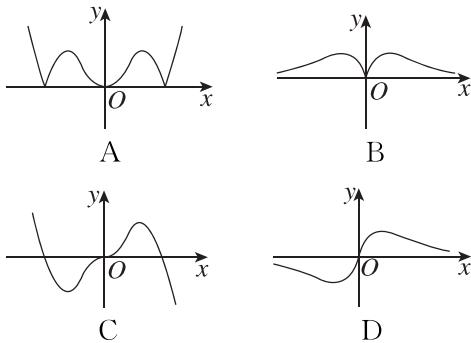
- A.  $-5 < a < 5$
- B.  $a < -\frac{25}{3}$ 或 $a \geq 5$
- C.  $a \leq -5$ 或 $a > \frac{25}{3}$
- D.  $a < -\frac{25}{3}$ 或 $a > 5$

10. [2024·浙江强基联盟高一期末] 已知关于  $x$  的一元二次不等式  $mx^2 - 3x + 1 < 0$  的解集为  $(a, b)$ , 则  $\frac{a}{b} + 3ab$  的最小值是 ( )
- A. 2      B.  $2\sqrt{2}$   
C. 3      D.  $3\sqrt{3}$
11. 已知函数  $f(x) = x^2 + ax + b (a, b \in \mathbf{R})$  的值域为  $[0, +\infty)$ , 若关于  $x$  的不等式  $f(x) < c$  的解集为  $(m, m + 2\sqrt{3})$ , 则实数  $c$  的值是 ( )
- A. 3      B. 6  
C. 9      D. 12
12. (多选题) 已知关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c \geq 0$  的解集为  $\{x | -3 \leq x \leq 4\}$ , 则下列说法中正确的是 ( )
- A.  $a > 0$   
B. 不等式  $bx + c > 0$  的解集为  $\{x | x > -12\}$   
C. 不等式  $cx^2 - bx + a < 0$  的解集为  $\left\{x \mid x < -\frac{1}{4} \text{ 或 } x > \frac{1}{3}\right\}$   
D.  $4a + 2b + c > 0$
13. (多选题) 已知关于  $x$  的不等式组  $a \leq \frac{3}{4}x^2 - 3x + 4 \leq b$ , 则下列说法中正确的是 ( )
- A. 当  $a < 1 < b$  时, 不等式组的解集是  $\emptyset$   
B. 当  $a = 1, b = 4$  时, 不等式组的解集是  $\{x | 0 \leq x \leq 4\}$
- C. 如果不等式组的解集是  $\{x | a \leq x \leq b\}$ , 则  $b - a = 4$   
D. 如果不等式组的解集是  $\{x | a \leq x \leq b\}$ , 则  $a = \frac{4}{3}$
14. [2024·宁波高一期中] 不等式  $\frac{2x-1}{x+1} \geq -1$  的解集为 \_\_\_\_\_.
15. [2024·金华一中高一期中] 若  $a > 1$ , 且不等式  $(x-a)\left(x-\frac{4}{a}\right) < 0$  的解集中有且仅有四个整数, 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.
16. 已知函数  $f(x) = x^2 - |x - 1| - a, a \in \mathbf{R}$ . 若不等式  $f(x) < 0$  的解集是区间  $(-3, 3)$  的子集, 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.
17. 若不等式  $x^2 + mx + m \geq 0$  对任意  $x \in [1, 2]$  恒成立, 则实数  $m$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

## 课时训练(五) 函数的概念与性质

### 一、选择题

1. [2022·浙江7月学考] 函数  $f(x)=\sqrt{x+1}$  的定义域是 ( )  
 A.  $(-\infty, 1)$       B.  $[1, +\infty)$   
 C.  $(-\infty, -1)$       D.  $[-1, +\infty)$
2. 函数  $f(x)=\frac{1}{x}$ ,  $x \in [1, 3]$  的值域为 ( )  
 A.  $[1, 3]$       B.  $(\frac{1}{3}, 1)$   
 C.  $(1, 3)$       D.  $[\frac{1}{3}, 1]$
3. [2024·浙江A9协作体高一期中] 若  $f(\frac{2}{x}+1)=2x+1$ , 则  $f(3)$  的值为 ( )  
 A. 3      B. 5  
 C.  $\frac{19}{3}$       D. 7
4. 下列选项中的两个函数是同一函数的是 ( )  
 A.  $y=(\sqrt{x})^2$  与  $y=x$   
 B.  $y=\lg x^2$  与  $y=2\lg x$   
 C.  $y=\frac{x^2-1}{x-1}$  与  $y=x+1$   
 D.  $y=\frac{x^2+1}{x}$  与  $y=x+\frac{1}{x}$
5. [2024·衢州高一期末] 已知函数  $f(x)=x^3(axe^x-e^{-x})$  为偶函数, 则  $a=$  ( )  
 A. -1      B. 0  
 C. 1      D. e
6. [2024·浙江S9联盟高一期中] 下列函数中, 既是偶函数又在区间  $(0, +\infty)$  上为增函数的是 ( )  
 A.  $y=2-x$       B.  $y=-x^2+2$   
 C.  $y=-\frac{1}{x}$       D.  $y=|x|+2$
7. [2025·宁波中学高一期中] 函数  $f(x)=\frac{3x}{e^{|x|}}$  的图象大致为 ( )



8. 已知函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 且满足  $f(x+1)=-f(x-1)$ , 则  $f(10)=$  ( )  
 A. -10      B. 0  
 C. 1      D. 10
9. [2024·宁波五校联盟高一期中] 已知函数  $f(x)$  是偶函数,  $g(x)$  是奇函数, 满足  $f(x)+g(x)=x^2+x-2$ , 则  $f(2)=$  ( )  
 A. 1      B. 2  
 C. 3      D. 4
10. [2024·浙江学考模拟] 已知  $f(x)=|\ln x|$ , 若  $a=f(\frac{1}{3})$ ,  $b=f(2)$ ,  $c=f(4)$ , 则 ( )  
 A.  $c < a < b$       B.  $b < a < c$   
 C.  $a < b < c$       D.  $b < c < a$
11. (多选题) [2025·丽水五校高一期中] 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 当  $x \in [0, +\infty)$  时,  $f(x)=x^2-x$ , 则下列说法中正确的是 ( )  
 A.  $f\left[f\left(\frac{1}{2}\right)\right]=-\frac{3}{16}$   
 B. 当  $x \in (-\infty, 0]$  时,  $f(x)=x^2+x$   
 C.  $f(x)$  在定义域  $\mathbf{R}$  上为增函数  
 D. 不等式  $f(x-1) < 6$  的解集为  $(-3, 3)$
12. (多选题) [2024·浙江七彩阳光联盟高一期中] 已知函数  $f(x)=\begin{cases} x+2, & x \leqslant -1, \\ x^2, & -1 < x < 2, \end{cases}$  则关于函数  $f(x)$  的结论正确的是 ( )  
 A.  $f[f(1)]=3$   
 B. 若  $f(x)=1$ , 则  $x$  的值为  $\pm 1$   
 C.  $f(x)$  的图象关于  $y$  轴对称  
 D.  $f(x)$  的值域为  $(-\infty, 4)$

## 二、填空题

13. 若函数  $f(x)=\begin{cases} x+2, & x<0, \\ x^2+1, & x\geqslant 0, \end{cases}$  则  $f[f(-1)]=$  \_\_\_\_\_.

14. [2025·宁波中学高一期中] 函数  $f(x)=\log_3(3x+1)$  的定义域为 \_\_\_\_\_.

15. [2024·台州高一期末] 定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(x+1)+f(x-1)=3f(7)$ ,  $f(x)+f(4-x)=2$ , 则  $f(-1)=$  \_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x)=ax^2+\frac{b}{2}x-\frac{a}{2}$ , 当  $x\in[-1, 1]$  时,  $f(x)\geqslant-\frac{1}{2}$  恒成立, 则  $a+b$  的最大值为 \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

17. 已知函数  $f(x)=x+\frac{m}{x}$  的图象过点  $P(1, 2)$ .

(1) 求实数  $m$  的值;

(2) 判断函数  $f(x)$  的奇偶性并证明;

(3) 用函数单调性的定义证明函数  $f(x)$  在区间  $(1, +\infty)$  上单调递增.

18. 已知  $f(x)$  是定义在  $[-2, 2]$  上的奇函数,  $f(-1)=2$ , 当  $x\in[-2, 0]$  时,  $f(x)$  的解析式为  $f(x)=\frac{a}{4^x}+\frac{b}{2^x}$  ( $a, b\in\mathbf{R}$ ).

(1) 写出当  $x\in[0, 2]$  时,  $f(x)$  的解析式;

(2) 求  $f(x)$  在  $[0, 2]$  上的最值.

19. [2024·浙江余姚中学高一期中] 已知函数

$$f(x)=\begin{cases} 1-\frac{1}{x}, & x\geqslant 1, \\ \frac{1}{x}-1, & 0<x<1. \end{cases}$$

(1) 若关于  $x$  的方程  $f(x)=c$  有解, 求实数  $c$  的取值范围;

(2) 若存在正实数  $a, b$  ( $a < b$ ), 使得函数  $f(x)$  的定义域为  $[a, b]$  时值域为  $[ma, mb]$  ( $m\neq 0$ ), 求实数  $m$  的取值范围.

